МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Кафедра «Програмна інженерія та інформаційні технології управління»

Лабораторна робота №2

з курсу: «Теорія прийняття рішень»

Виконали:

студенти групи КН-36б

Ликова М. С.

Момот М. І.

Гарбозюк М. М.

Перевірив:

доцент каф. ПІІТУ

Воловщиков В. Ю.

Харків

2019

**Тема роботи**: розв’язання багатокритеріальної задачі щодо знаходження ефективних альтернатив за допомогою теореми Гермейєра.

**Завдання для виконання:** вирішити наступну задачу багатокритеріальної оптимізації



**Математична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації в загальному вигляді**

У загальному випадку формально задача багатокритеріальної оптимізації, ключовою особливістю якої є суперечливість множини функцій мети (критеріїв), може бути подана в наступному вигляді:



де  та  – множини індексів функцій мети , які відповідно максимізуються та мінімізуються, причому ;  – множина індексів функцій , що визначають обмеження задачі та формують множину припустимих варіантів альтернатив ;  – вектор змінних задачі багатокритеріальної оптимізації, з яким пов’яжемо поняття альтернативи – варіанта розв’язку, що задовольняє обмеження задачі і є способом досягнення поставлених цілей.

**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до теореми Гермейєра в загальному вигляді**

Основні положення теореми Гермейєра формулюються не для первісно заданої множини функцій мети , а для множини функцій , що складається з монотонних перетворень окремих функцій мети , які приводять їх до безрозмірного вигляду.

Коротко зупинимося на зазначених перетвореннях. За останні можна взяти одну з монотонних функцій такого вигляду:

 (1)

 (2)

 (3)

де  – найменші і найбільші значення функцій мети, які відповідно максимізуються і мінімізуються на множині припустимих варіантів альтернатив;  – оптимальне значення -ї функції мети на множині припустимих варіантів альтернатив;  – число, що визначає степінь, на яку підноситься перетворення (1) або (2).

Згідно теореми Гермейєра, множина ефективних альтернатив для множини функцій мети  може бути знайдена шляхом розв’язання наступної задачі при використанні перетворень (1) або (2) або (3):



Особливістю даної теореми є той факт, що ніякі умови на вигляд функцій  і обмежень, що описують множину припустимих варіантів альтернатив *А*, не накладаються.

У якості компонент  можна взяти числа , де

, .

**Математична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації згідно з виданим завданням**

Згідно виданого завдання задача багатокритеріальної оптимізації прийме наступний вигляд:



**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до теореми Гермейєра згідно до виданого завдання**

Згідно теореми Гермейєрадля виконання перетворень (1)-(3) необхідно знайти мінімальне та максимальне значення окремо для кожної функції мети на допустимій множині альтернатив:







Перетворення (1) приймуть наступний вигляд:

;

;

.

Отже задача багатокритеріальної оптимізації при використанні перетворення (1) матиме вигляд:



Оскільки усі мінімальні значення для окремо взятої функції дорівнюють 0, то перетворення (2) приймуть вигляд аналогічний перетворенням (1).

Перетворення (3) при  приймуть наступний вигляд:

;



Задача багатокритеріальної оптимізації при використанні перетворення (3) матиме вигляд:



Розглянемо 3 різних набори значень вагових коефіцієнтів:

* ;
* ;
* .

А також ще два набори значень вагових коефіцієнтів для перетворення (1) та (3), що були отримані за допомогою формули **** = ****.

Результати розрахунків були занесені до таблиці 1.

Таблиця 1 – Результати розрахунків

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |
| 1 | 0,6 | 0,2 | 0,2 | 3,2 | 0 | 3,8 | 10,18 | 7 | 7,64 | 0,152 | 0,3488 | 0,454 | 0,091 | 0,07 | 0,091 | 0,091 |
| 0,4 | 0,2 | 0,4 | 1,8 | 0 | 5,2 | 8,84 | 7 | 10,32 | 0,263 | 0,3488 | 0,263 | 0,105 | 0,07 | 0,105 | 0,105 |
| 0,1 | 0,8 | 0,1 | 0,72 | 1,96 | 3,3 | 4,78 | 9,94 | 8,63 | 0,602 | 0,0752 | 0,383 | 0,06 | 0,06 | 0,038 | 0,06 |
| 3 | 0,6 | 0,2 | 0,2 | 2,5 | 0 | 4,5 | 9,51 | 7 | 8,97 | 0,043 | 0,1217 | 0,129 | 0,026 | 0,024 | 0,026 | 0,026 |
| 0,4 | 0,2 | 0,4 | 1,84 | 0 | 5,2 | 8,84 | 7 | 10,31 | 0,069 | 0,1217 | 0,069 | 0,028 | 0,024 | 0,028 | 0,028 |
| 0,1 | 0,8 | 0,1 | 1,71 | 1,64 | 2,8 | 6,25 | 9,46 | 7,29 | 0,229 | 0,0143 | 0,23 | 0,023 | 0,114 | 0,023 | 0,023 |
| 1 | 0,73 | 0,166 | 0,1 | 4,05 | 0 | 2,9 | 11,05 | 7 | 5,89 | 0,079 | 0,349 | 0,579 | 0,0579 | 0,0579 | 0,0579 | 0,0579 |
| 3 | 0,002 | 0,987 | 0,01 | 0 | 2,27 | 3,6 | 3,6 | 10,4 | 9,47 | 0,49 | 0,001 | 0,105 | 0,001 | 0,001 | 0,0011 | 0,0011 |

де  - ефективна альтернатива.

**Висновки**

На даній лабораторній роботі було вивчено загальні положення задач багатокритеріальної оптимізації та теорему Гермейєрапро знаходження ефективних альтернатив для багатокритеріальних задач лінійного (нелінійного) програмування. Було вирішено задачу багатокритеріальної оптимізації на основі виданого завдання за допомогою теореми Гермейєра.

Проаналізуємо отримане рішення задачі однокритеріальної оптимізації при використанні перетворення (3) та вагових коефіцієнтів ,. Отже, була отримана ефективна альтернатива , яка забезпечує досягнення оптимального значення для функції , так як відповідне перетворення  є найменшим та прагне до 0, що свідчить про близькість до оптимуму. Таким чином, отримане рішення відображає наступну закономірність:

.